

Вариант 4

1. Найти все натуральные трехзначные числа, каждое из которых обладает следующими свойствами: первая цифра числа в три раза меньше суммы двух других его цифр; разность между самым числом и числом, получающимся из него перестановкой двух последних его цифр, неотрицательна и делится на 81.

Ответ: 233, 390, 466, 699.

2. Упростить выражение

$$\frac{x^4 + 2x^2 - 3x + 1}{x^2 + \sqrt{3x + 1}} + 2\left(\sqrt[6]{27x^3} - \frac{1}{2}\right).$$

Ответ: $x^2 + \sqrt{3x}$.

3. Решить уравнение $1 + 2x + 4x^2 + \dots + (2x)^n + \dots = 3,4 - 1,2x$, если известно, что $|x| < 0,5$.

Ответ: $1/3$.

4. В окружность радиуса 6 см вписаны четыре равные окружности, каждая из которых касается большей и двух малых соседних. Вычислить площадь фигуры, замкнутой между этими четырьмя окружностями.

Ответ: 5,3 кв. см.

5. Однослойная катушка диаметром 5 см помещена в однородное магнитное поле, параллельное ее оси. Индукция поля равномерно изменяется со скоростью $\Delta B / \Delta t = 10^{-2} \text{ Тл/с}$. Катушка содержит 1000 витков медной проволоки сечением 0,2 кв. мм. Концы катушки замкнуты накоротко. Определить тепловую мощность, выделяющуюся в катушке. Удельное сопротивление меди $1,75 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. $\pi = 3,14$.

Ответ: 28 мкВт.

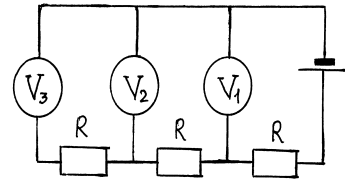
6. Через лампочку, включенную в сторону проволочного квадрата, помещенного в переменное магнитное поле с индукцией $B = at$ (где t – время, a – постоянный коэффициент), перпендикулярное плоскости квадрата, идет ток I . Во сколько раз уменьшится ток, идущий через лампочку, если из квадрата сделать два квадрата, лежащие в той же плоскости так, что провода, образующие квадраты, не пересекаются и не разрываются. Отношение сторон этих квадратов равно $K/(1-K)$, где $K = 0,3$. Провод покрыт изоляцией.

Ответ: 1,7.

7. Маленький шарик массы $m = 90$ г совершает гармонические колебания с амплитудой A на пружине жесткости $k = 16$ Н/м. На расстоянии $A/2$ от положения равновесия установили массивную стальную плиту, от которой шарик абсолютно упруго отскакивает. Найти период колебаний шарика в этом случае. $\pi = 3,14$.

Ответ: 0,314 с.

8. К источнику тока подключены три одинаковых резистора и три одинаковых вольтметра так, как показано на схеме. Найти показания второго вольтметра, если показание первого вольтметра $U_1 = 10B$, а третьего вольтметра $U_3 = 6B$.



Ответ: 7,2 В.

9. При включении конденсатора в цепь синусоидального напряжения $U = 220$ В с частотой $f = 50$ Гц установился ток $I = 1$ А. Определить емкость C конденсатора.

Ответ: 14,5 мкФ.

10. Елочная гирлянда, состоящая из последовательно включенных декоративных электрических ламп с номинальными данными $U_{ном} = 13,5B$ и $P_{ном} = 2,16Bm$, включается в сеть с напряжением $U = 220$ В. Определить оптимальное количество ламп N и ток I в цепи гирлянды.

Ответ: 17 ламп, $I = 0,15A$.